

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Ediția a XXVIII-a  
ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026

## IX. osztály - H2 - Természettudomány

### 1. Feladat (20 pont)

- a) Adott az  $m, n \in \mathbb{N}^*$  úgy, hogy  $n\sqrt{3} > m$ . Igazold, hogy:  $3n^2 - m^2 \geq 2$ .
- b) Igazold, hogy:  $\sqrt{k^2 + 2} - k > \frac{1}{k+1}$ , bármely  $k \in \mathbb{N}$  esetén!
- c) Ha  $m, n \in \mathbb{N}^*$  és  $\sqrt{3} > \frac{m}{n}$  igazold, hogy  $\sqrt{3} - \frac{m}{n} > \frac{1}{n(m+1)}$ .

### 2. Feladat (20 pont)

Az  $ABCD$  négyszögben  $AB \parallel CD$ , az  $M$  és  $N$  pont a  $BC$ , illetve a  $DC$  oldal felezőpontja, valamint a  $P$  pont az  $AN$  és  $DM$  egyenesek metszéspontja. Tudva azt, hogy  $AP = 4PN$ , akkor:

- a) Igazold, hogy  $5 \cdot \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \frac{2\overrightarrow{DC}}{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ .
- b) Bizonyítsd be, hogy  $ABCD$  paralelogramma!
- c) Határozd meg a  $\frac{DP}{PM}$  arány értékét!

### 3. Feladat (20 pont)

Igazold, hogy:  $\frac{x}{x+2y+2z} + \frac{y}{2x+y+2z} + \frac{z}{2x+2y+z} \geq \frac{3}{5}, \forall x, y, z > 0$ .

### 4. Feladat (30 pont)

Egy 1:10000000 léptékű térképen a településeket pontokkal jelöljük. A térképen az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontokkal jelölt négy város úgy helyezkedik el, hogy az  $ABCD$  négyszög paralelogramma és a városok közötti, a térképen egyenes vonalban mért távolságok  $AB = 4$  cm,  $BD = 3$  cm,  $BC = 2$  cm. A *Geometria* nevű település a  $G$  pontban található, amely az  $A$ ,  $B$  és  $D$  pontok által meghatározott háromszög súlypontja, illetve a *Iași* település az  $I$  pontban található, amely a  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontok által meghatározott háromszögbe írt kör középpontja. A *Matematika* települést az  $M$  pont jelöli, amely a  $B$  és  $C$  települések között helyezkedik el úgy, hogy a  $B$ ,  $M$  és  $C$  pontok kollineárisak, és  $BM = 2MC$ .

- a) Egy bátor kerékpáros az  $A$  ponttal jelölt településről indul a  $D$  ponttal jelölt település felé 20 km/óra sebességgel. 7 óra múlva szintén az  $A$  ponttal jelölt településről, ugyanabba az irányba indul egy gépkocsivezető 80 km/óra sebességgel. Számítsd ki az  $A$  és  $D$  pontok által jelölt városok közötti valós távolságot, és határozd meg, hogy a céltelepüléstől milyen távolságra találkoznak, tudva, hogy a kerékpáros a találkozásig ~~összesen~~ egy óra ebédszünetet tartott!
- b) Igazold, hogy a  $G$ ,  $I$  és  $M$  pontok kollineárisak!

#### Megjegyzés:

Munkaidő 3 óra; minden tétel kötelező; hivatalból 10 pontot jár  
A maximális pontszám 100 pont.